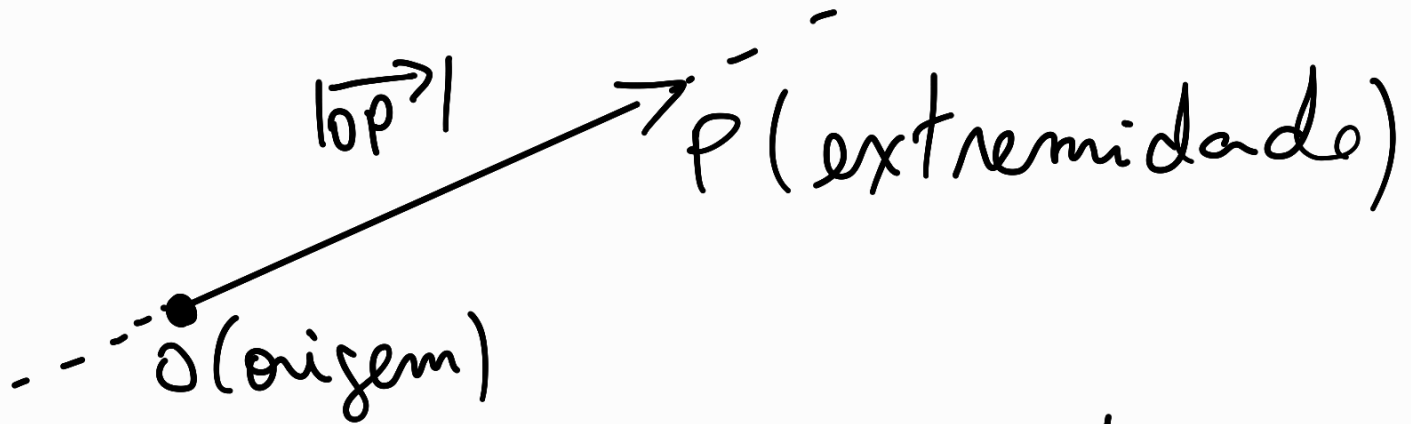


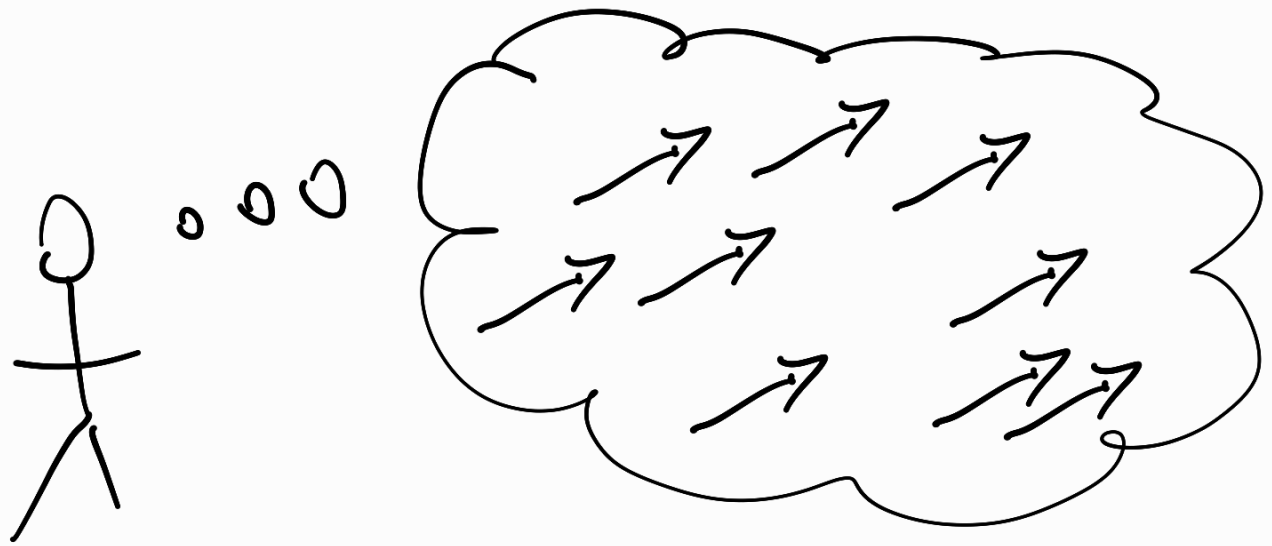
# Vetores

## ☆ Segmento orientado



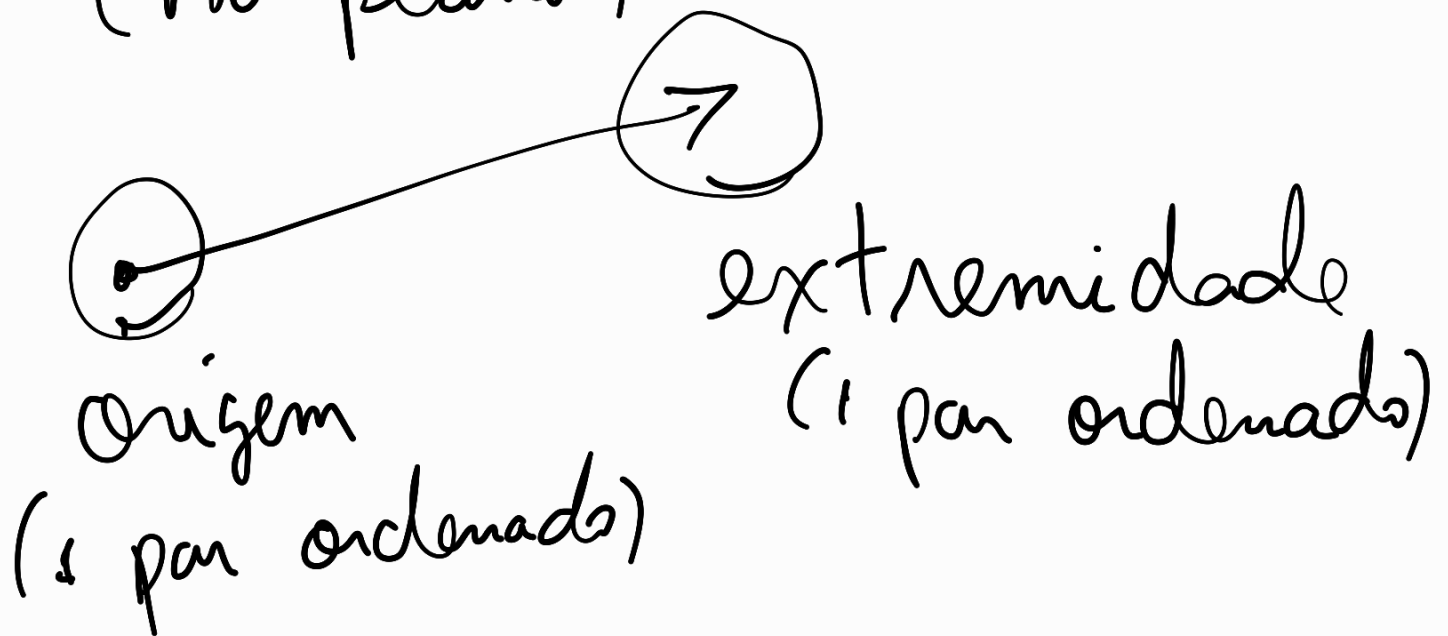
- Módulo = Comprimento  
(dist.  $O$  até  $P$ )
- Direção = Da reta
- Sentido =  $\odot$  para  $P$ .

Vetor: conjunto de todos  
segmentos orientados  
equipolentes (mesmo módulo,  
direção, sentido).

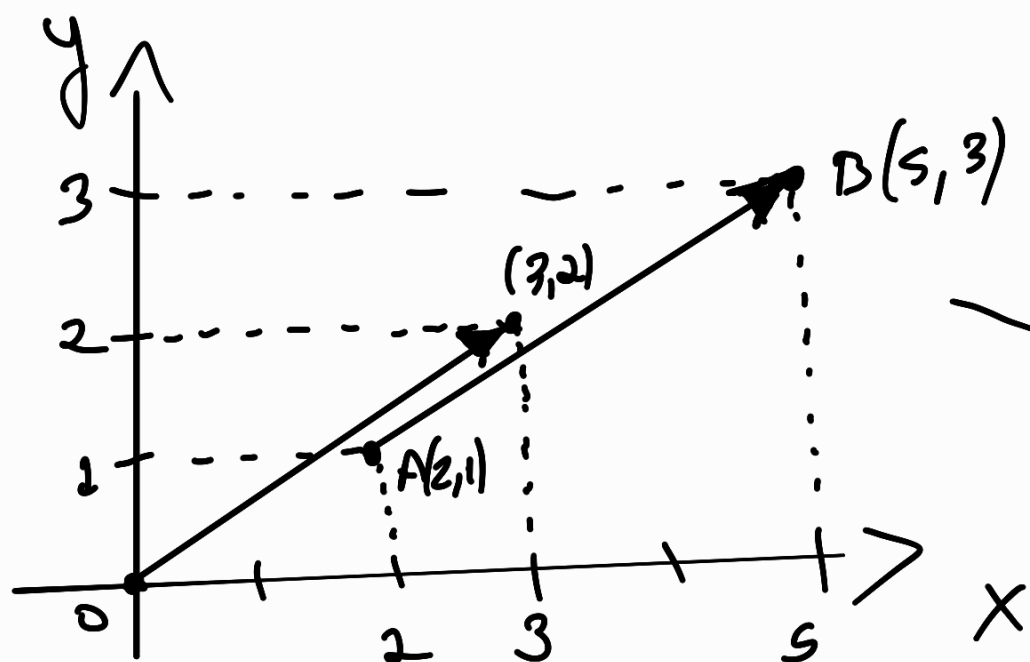


Cada segmento orientado  
é um representante do  
vetor.

Quantas informações para  
caracterizar um vetor?  
(no plano)



2 pares ordenados?  
Não! Só um!



Sempre podemos escolher representante com origem na origem do sistema de coordenadas?

$$B - A = (5, 3) - (2, 1)$$

$$= \boxed{(3, 2)} \quad \text{1 par ordenado apenas}$$

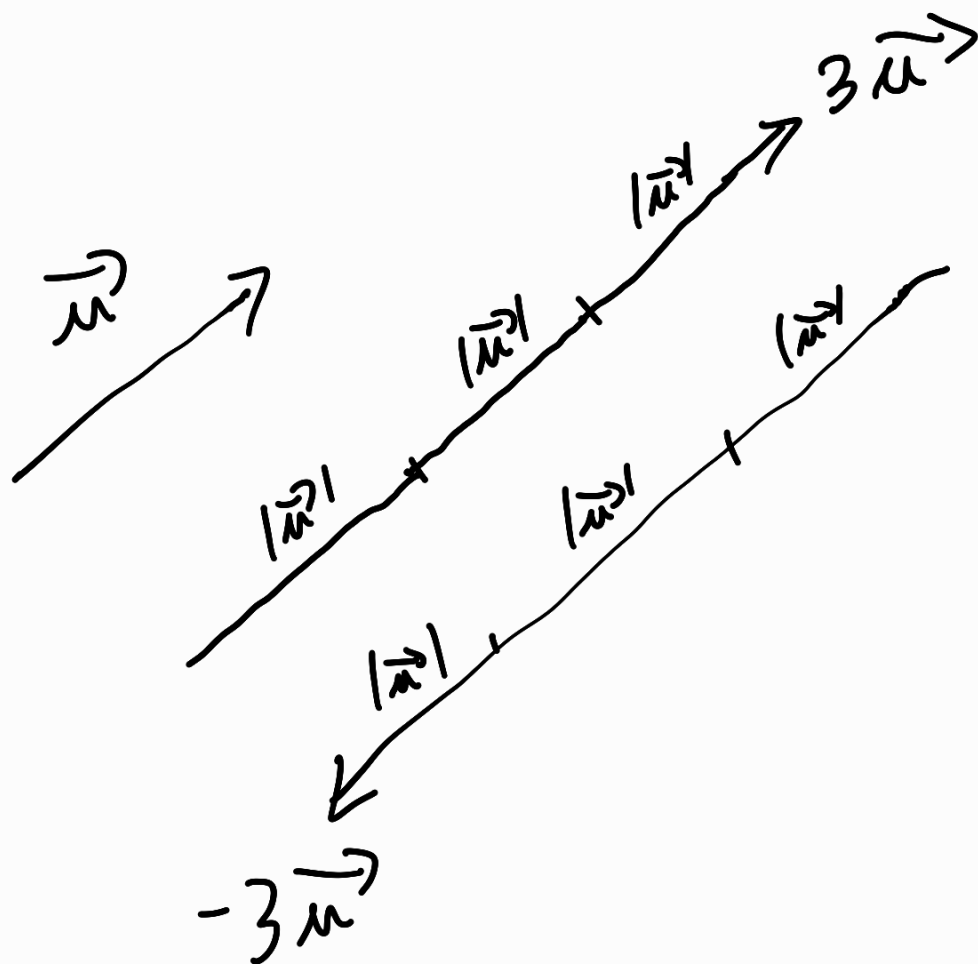
(Todos representantes terão Extremidade - Origem =  $(3, 2)$ )

Resumindo:

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = B - A}$$

(Trazendo  
origem p/  
origem do  
plano cartesiano)

## ☆ Multiplificação por Escalar

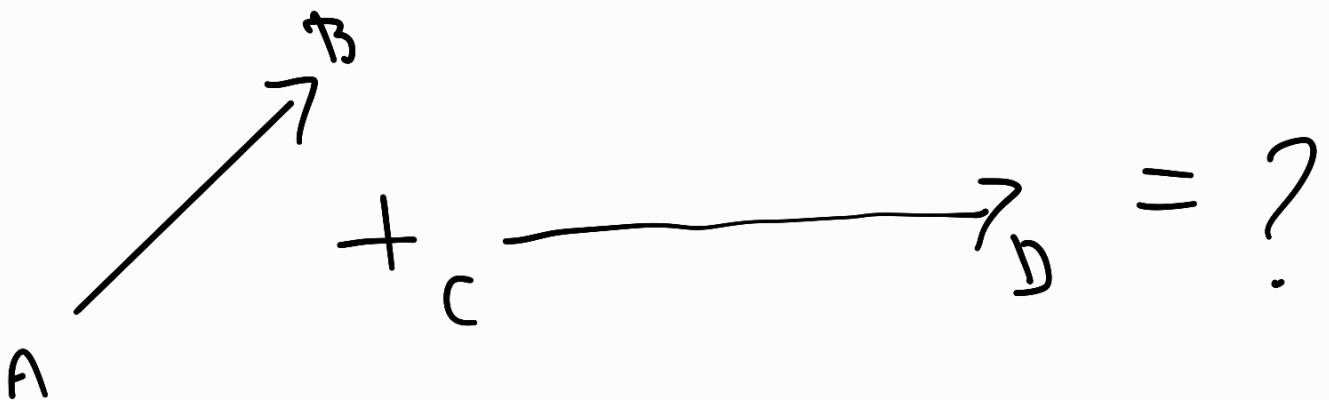


Condição alinhamento 3 pontos  
A, B, C:

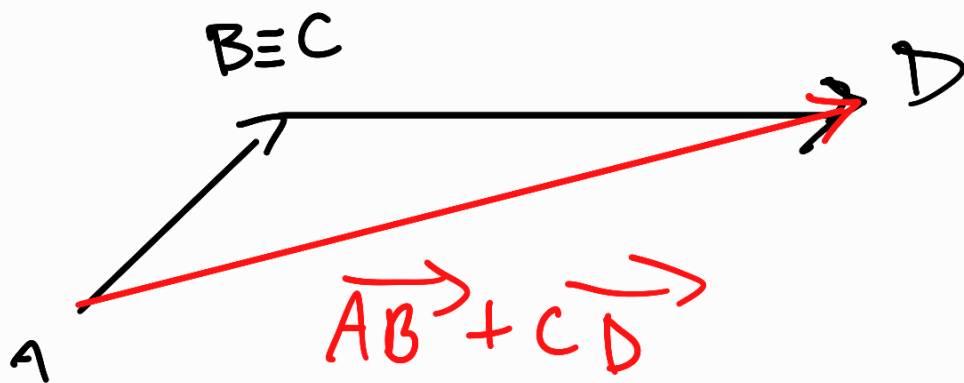
$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BC} \quad (\text{paralelos,} \\ \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{BC})$$

★ Adição e Subtração de  
Vetores

Adição:



Escolhe representantes  
do modo que origem do  
segundo coincida com  
extremidade do primeiro  $\vec{D}$



Simétrico de  $S = -S$   
Simétrico de  $-g = g$   $\left( \begin{smallmatrix} soma \\ 0 \\ 0 \end{smallmatrix} \right)$

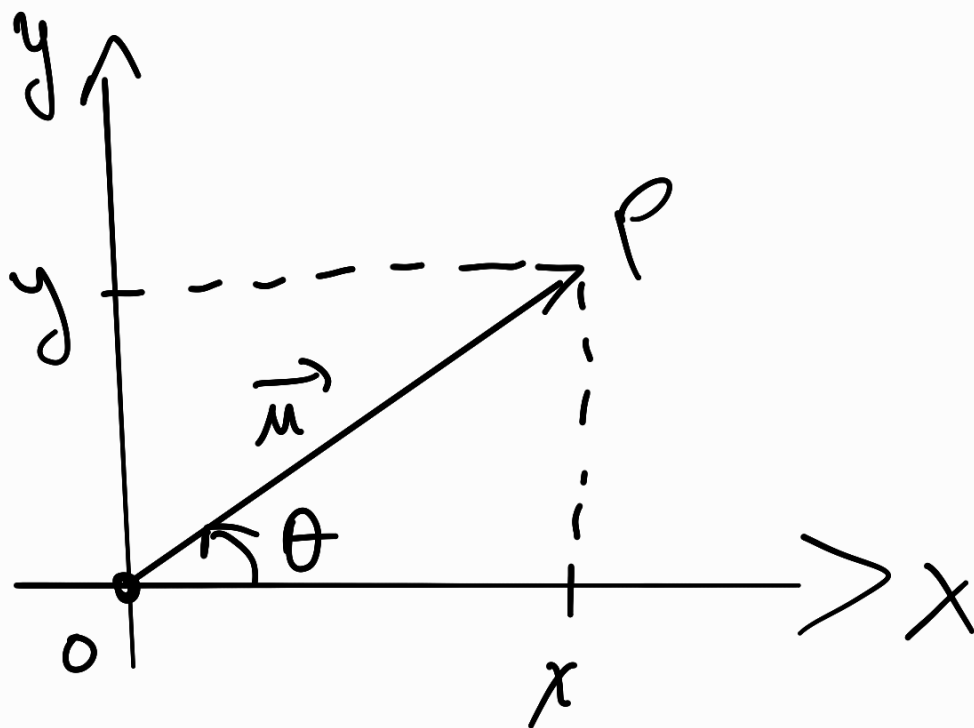
Simétrico de  $\nearrow = \swarrow$

(mesmo módulo e direção, sentidos opostos)

(soma = vetor nulo)

Para fazer um vetor menos outro, basta somar o primeiro ao simétrico do segundo.

## ☆ Módulo de um Vetor



$$|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{Pitágoras})$$



# ☆ Producto Interno (Escalar)

$$\vec{u} = (x_1, y_1)$$

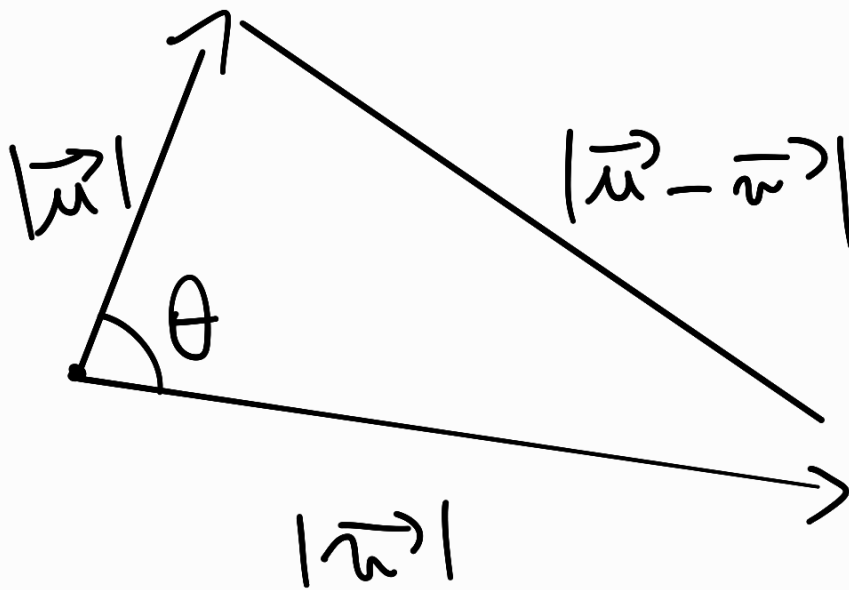
$$\vec{v} = (x_2, y_2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$

$$\text{Obs.: } \vec{u} \cdot \vec{u} = (x, y) \cdot (x, y) \\ = x^2 + y^2$$

$$\Rightarrow \left| \vec{u} \right|^2 = \vec{u} \cdot \vec{u} \\ \left| \vec{u} \right| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$$

# ☆ Ângulo entre vetores



Lei dos Cossenos:

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2|\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta$$

Mostramos:

$$\vec{u} = (x_1, y_1) \quad \vec{v} = (x_2, y_2)$$

$$\Rightarrow \vec{u} - \vec{v} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$$

$$\Rightarrow |\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2$$

$$= |\vec{u}|^2 - 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$$

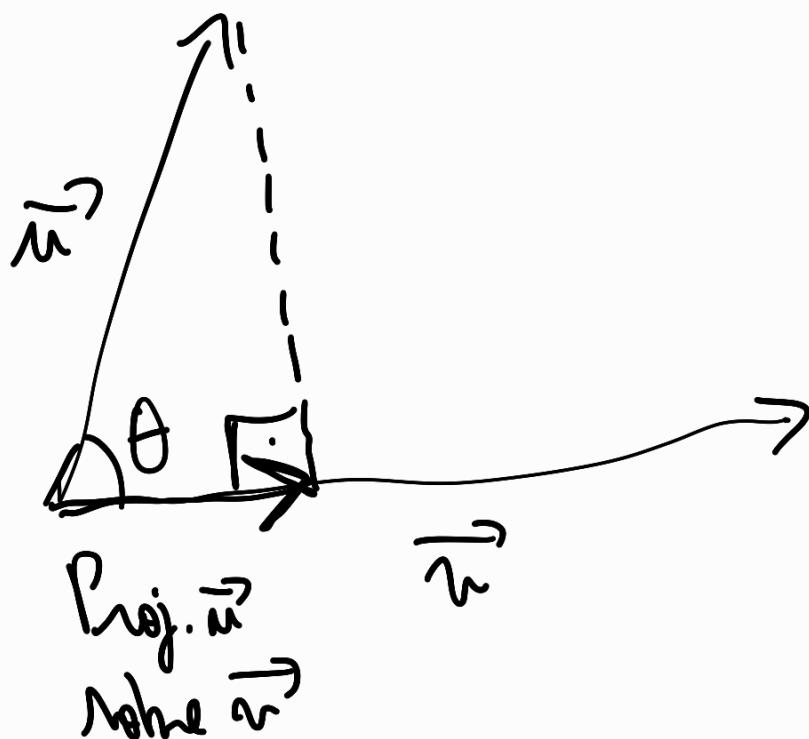
$$\Rightarrow \cancel{|\vec{u}|^2} - \cancel{2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}} + \cancel{|\vec{v}|^2}$$

=

$$\cancel{|\vec{u}|^2} + \cancel{|\vec{v}|^2} - \cancel{2} |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}}$$

# ★ Cóplicação



$$\cos \theta = \frac{|\text{Proj } \vec{u} \text{ sobre } \vec{v}|}{|\vec{u}|}$$

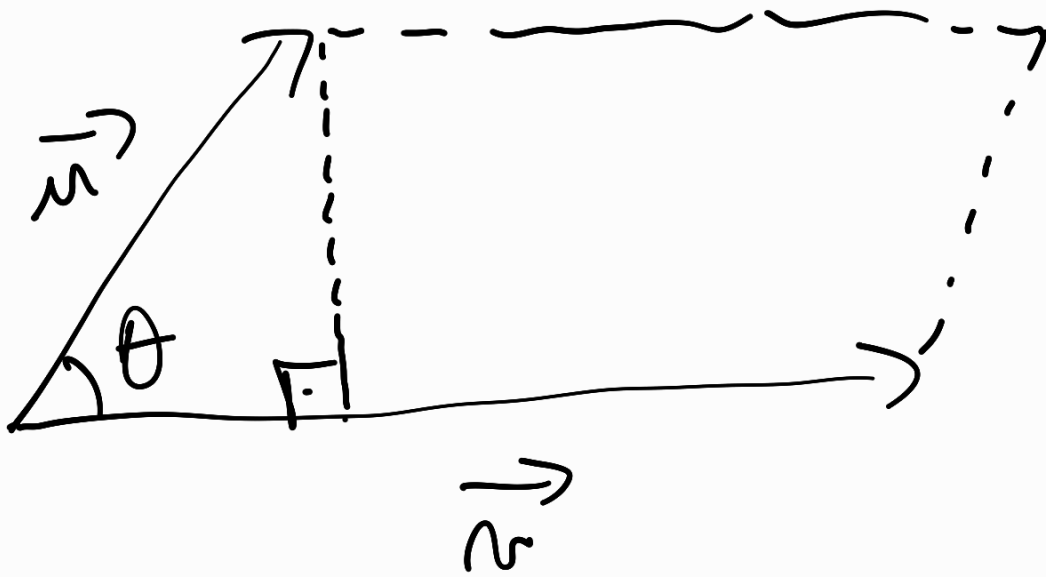
$$\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

Módulo da projeção:

$$\frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

(Valor absoluto  
em cima pq tem  
que ser  $\geq 0$ )

# Área de Paralelogramo/ Triângulo



Área paralelogramo =  
base  $\times$  altura

$$= |\vec{u}| \cdot (\sin \theta \cdot |\vec{v}|)$$

$$= \boxed{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \theta}$$

Área do triângulo =

$$= \frac{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \theta}{2}$$